# ПРОГРАММЫ
# ЛЕКЦИОННЫХ
# И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
# ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

**Казань**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»**

ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

# ПРОГРАММЫ
# ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
# ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

КАЗАНЬ- 2012

**УДК 517.5**

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета ФГАОУВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»*

*методической комиссии института вычислительной математики и информационных технологий*
*Протокол № 7 от 15 марта 2012 г.*

*заседания кафедры математической статистики*
*Протокол № 6 от 20 марта 2012 г.*

*Составители*
д.ф.-м.н. Желтухин В.С., к.ф.-м.н. Дубровин В.Т.,
к.ф.-м.н. Сидоров А.М., к.ф.-м.н. Турилова Е.А.

*Научный редактор*
д.ф.-м.н. Лапин А.В.

*Рецензент*
к.ф.-м.н. Халиуллин С.Г.

**Название:** Учебно-методическое пособие / Желтухин В.С., Дубровин В.Т., Сидоров А.М., Турилова Е.А.– Казань: Казанский университет, 2012. – 25 с.

В данном учебно-методическом пособии приводится программа лекционных и практических занятий для первого и второго курсов специальностей «Прикладная математика и информатика» и «Информационные технологии».

Приводится список используемой учебной литературы.

ПРОГРАММА

курса лекций по математическому анализу

(I-III семестры, специальность «Прикладная математика и информатика»).

| № п/п | Темы и их содержание | Количество часов |
|---|---|---|
| | I семестр | 54 |
| 1. | Элементы теории множеств. | 2 |
| 2. | Действительные числа. Свойство непрерывности действительных чисел. Архимедово свойство. | 2 |
| 3. | Определение функций. Способы задания функций. Обратная функция. Арифметические свойства функций. | 2 |
| 4. | Топология числовой прямой.<br>Расширенная числовая прямая. | 1 |
| 5. | Предел числовой последовательности.<br>Элементарные свойства пределов числовой последовательности. | 2 |
| 6. | Лемма о вложенных отрезках.<br>Теорема Вейерштрасса о предельной точке множества. | 1 |
| 7. | Теорема о сходимости монотонной последовательности.<br>Критерий Коши сходимости числовой последовательности. | 2 |
| 8. | Пределы в расширенной числовой прямой. Верхний и нижний пределы последовательности. | 2 |
| 9. | Предел функции (два определения).<br>Эквивалентность определений по Гейне и Коши. Свойства пределов функции. Первый замечательный предел. Критерий Коши существования предела функции. | 3 |
| 10. | Модификация понятия предела функции в точке. Второй замечательный предел. Порядок функции. Эквивалентность. Асимптотика. | 3 |
| 11. | Непрерывность функции в точке. Основные свойства функций, непрерывных в точке. | 2 |
| 12. | Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. | 4 |
| 13. | Равномерная непрерывность: определение, примеры. Теорема Кантора о равномерной непрерывности. | 1 |
| 14. | Продолжение по непрерывности. Непрерывность обратной функции. Показательная функция. Логарифмическая, степенная, гиперболические функции. | 3 |
| 15. | Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Необходимое условие существования конечной производной. Дифференцирование функции. Дифференциал функции. | 3 |
| 16. | Техника дифференцирования: арифметические свойства производных, дифференцирование сложной функции, дифференцирование обратной функции. | 3 |
| 17. | Производные и дифференциалы высших порядков.<br>Дифференцирование функции, заданной параметрически. | 2 |
| 18. | Основные теоремы: теорема Роля, теорема Коши (о среднем), формула Лагранжа. | 2 |
| 19. | Правило Лопиталя. | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 20. | Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Коши. Локальная формула Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Ряд Тейлора. | 4 |
| 21. | Возрастание и убывание функции на отрезке. Локальный экстремум: необходимые условия экстремума, достаточные условия экстремума. | 2 |
| 22. | Выпуклость кривой, точки перегиба. Достаточные условия выпуклости и перегиба. | 2 |
| 23. | Первообразные, теорема о первообразных, неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла, замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. | 4 |

ЛИТЕРАТУРА


1. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т.1, М.: Наука, 1975.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, Ч.1, М. Наука, 1982.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.1, М.: Высшая школа, 1981.
4. Шерстнёв А.Н. Конспект лекций по математическому анализу, Казань: Казанский государственный университет, 2005.
5. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Ч.1, Казань: Казанский государственный университет, 2003.


| | | |
|---|---|---|
| | II семестр | 68 |
| 24. | Определенный интеграл Римана: определение, эквивалентность двух определений, необходимое условие интегрируемости. Верхние и нижние интегральные суммы. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Критерий интегрируемости. | 6 |
| 25. | Классы интегрируемых функций. Интегрируемость разрывных функций. Свойства интеграла Римана. Свойства интеграла Римана, в которых фигурируют неравенства. | 6 |
| 26. | Интеграл как функция своего верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница. | 3 |
| 27. | Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Геометрические приложения интеграла Римана. | 4 |
| 28. | Несобственные интегралы: определение, критерий Коши сходимости несобственных интегралов, арифметические свойства, абсолютно сходящиеся несобственные интегралы, несобственные интегралы от неотрицательных функций. Теоремы сравнения. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл и ряд. Несобственные интегралы с особенностями в нескольких точках. | 6 |
| 29. | Числовые ряды: определение, действия над рядами, критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сравнения числовых рядов. | 4 |
| 30. | Признаки сходимости числовых рядов: Даламбера, Коши, интегральный признак. | 2 |
| 31. | Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Ряд Лейбница. Условно сходящиеся числовые ряды. Теорема Римана. Преобразование | 5 |

| | | |
|---|---|---|
| | Абеля. Признаки сходимости рядов Дирихле и Абеля. | |
| 32. | Понятие функциональной последовательности (ф.п.) и функционального ряда (ф.р.). Типы сходимости ф.п. и ф.р. Критерий Коши равномерной сходимости ф.п. и ф.р. Признаки равномерной сходимости рядов. (Вейерштрасса, Дини, Дирихле, Абеля). | 4 |
| 33. | Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов. | 4 |
| 34. | Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема о круге сходимости. Формула Коши-Адамара. Свойства степенных рядов. | 4 |
| 35. | Понятие n-мерного евклидова пространства. Топология евклидова пространства. Расширенное евклидово пространство. Компактные множества, необходимое и достаточное условие компактности множества. Теорема Вейерштрасса. | 3 |
| 36. | Отображение в евклидовом пространстве. Предел функции в точке. Предел по направлению. Непрерывные функции и их свойства. Свойства функций, непрерывных на компактных множествах. | 3 |
| 37. | Частные производные 1-го порядка. Геометрический смысл частных производных. Определение дифференцируемой функции, связь между дифференцируемостью и существованием частных производных. Определение полного и частного дифференциала. Касательная плоскость. | 5 |
| 38. | Дифференцирование сложной функции. Формула конечных приращений для функции n-переменных. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Дифференциалы сложной функции. Теорема о смешанных производных. | 5 |
| 39. | Формула Тейлора для функции n-переменных. Локальный экстремум функции и переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. | 4 |

ЛИТЕРАТУРА


1. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т.1, М.: Наука, 1975.
2. Ильин В.А., Познак Э.Г. Основы математического анализа, Ч.1, М.: наука, 1982.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.1, М.: Высшая школа, 1981.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.2, М.: Высшая школа, 1981.
5. Шерстнёв А.Н. Конспект лекций по математическому анализу, Казань: Казанский государственный университет, 2005.
6. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Ч.1, Казань: Казанский государственный университет, 2003.
7. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Ч.2, Казань: Казанский государственный университет, 2009.


| | | |
|---|---|---|
| | III семестр | 72 |
| 40. | Неявная функция, заданная одним уравнением: постановка задачи, теорема о существовании, единственности и дифференцируемости решения функционального уравнения. Вычисление частных производных функции, неявно заданной одним функциональным уравнением. Теорема о существовании, | 8 |

| | | |
|---|---|---|
| | единственности, непрерывности и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой уравнений; вычисление частных производных решения системы уравнений. | |
| 41. | Условный экстремум: постановка задачи, необходимые условия существования условного экстремума, метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточные условия существования условного экстремума. | 5 |
| 42. | Кратные интегралы: определение множеств, измеримых по Жордану; необходимое и достаточное условие измеримости множеств по Жордану; свойства множеств, измеримых по Жордану; определение функции, интегрируемой по Риману, на множестве, измеримом по Жордану. Верхняя и нижняя интегральные суммы. Основная теорема (необходимые и достаточные условия интегрируемости).<br>Свойства кратных интегралов. Вычисление кратного интеграла интегрированием по отдельным переменным. Замена переменных в кратном интеграле (линейный случай); общий случай - без доказательства. | 14 |
| 43. | Собственные интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость по параметру. Интегралы, зависящие от параметра с переменными границами интегрирования: непрерывность и дифференцируемость по параметру. | 6 |
| 44. | Несобственные интегралы, зависящие от параметра: определение, поточечная и равномерная сходимость, критерий Коши. Достаточные признаки равномерной сходимости несобственных интегралов (пр. Вейерштрасса, пр. Дирихле, пр. Дини). Свойства непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости несобственных интегралов, зависящих от параметра. | 6 |
| 45. | Интегралы Эйлера. 1.Г-функция:определение, область сходимости, непрерывность, дифференцируемость, формула приведения. 2. В-функция: определение, область сходимости, непрерывность, симметричность, формула приведения, связь с Г-функцией. | 6 |
| 46. | Кривая в n-мерном пространстве. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Криволинейные интегралы I и II родов: определение, вычисление, свойства. | 5 |
| 47. | Определение поверхности в трехмерном пространстве, заданной явным уравнением и параметрически. Поверхностный интеграл I рода: определение, способы вычисления. ориентация поверхностей. Поверхностный интеграл II рода: определение, способы вычисления. | 6 |
| 48. | Теория поля: производные по направлению, градиент, экстремальные свойства градиента, основные операторы, формула Грина, формула Гаусса-Остроградского, формула Стокса. | 6 |
| 49. | Линейные нормированные пространства. ортогональная система функций в пространстве со скалярным произведением. Ряды Фурье. Определение тригонометрического ряда Фурье. Ядро Дирихле. Формулы для остатка ряда Фурье. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Критерий сходимости рядов Фурье. Теорема Дирихле о разложении функции в ряд Фурье. | 10 |

ЛИТЕРАТУРА


1. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т.2, М.: Наука, 1975.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, Ч.2, М.: Наука, 1982.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.2, М.: Высшая школа, 1981.
4. Шерстнёв А.Н. Конспект лекций по математическому анализу, Казань: Казанский государственный университет, 2005.
5. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Ч.2, Казань: Казанский государственный университет, 2009.
6. Дубровин В.Т. Методические разработки по курсу «Математический анализ» (интегральное исчисление функций многих переменных), Казань: Казанский государственный университет, 1999.

ПРОГРАММА
практических занятий по математическому анализу
(I-III семестры, специальность «Прикладная математика и информатика»)

| № п/п | Темы | Количество часов |
|---|---|---|
| | I семестр | 72 |
| 1. | Метод математической индукции. Бином Ньютона. | 4 |
| 2. | Предел числовой последовательности. | 5 |
| 3. | Эскизы графиков функций. | 2 |
| 4. | Предел функции. | 10 |
| 5. | 0-символика, асимптотика. | 3 |
| 6. | Непрерывность, равномерная непрерывность. | 2 |
| 7. | Контрольная работа. | 2 |
| 8. | Техника дифференцирования. | 6 |
| 9. | Дифференцирование неявно заданных функций и функций, заданных параметрически. | 2 |
| 10. | Дифференциал функций. | 2 |
| 11. | Производные и дифференциалы высших порядков. | 2 |
| 12. | Производные произвольного порядка (ф-ла Лейбница). | 2 |
| 13. | Правило Лопиталя. | 5 |
| 14. | Формула Тейлора. | 3 |
| 15. | Экстремум. Наибольшее и наименьшее значение. | 2 |
| 16. | Интервалы выпуклости. Точки перегиба. | 2 |
| 17. | Графики функций. | 8 |
| 18. | Контрольная работа. | 2 |
| 19. | Неопределенные интегралы. | 8 |

ЛИТЕРАТУРА

Темы № 1, 2, 3, 6, 16, 17: Л.Д. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу, ч.I, М.: Физматлит, 2007.

Темы № 1, 2, 4, 5, 8-15, 19: Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М: Астрель, 2002.

| | | |
|---|---|---|
| | II семестр | 68 |
| 20. | Интегрирование рациональных функций. | 2 |
| 21. | Интегрирование иррациональных функций. | 2 |
| 22. | Интегрирование тригонометрических функций. | 4 |
| 23. | Интегрирование трансцендентных функций. | 2 |
| 24. | Вычисление определенных интегралов. | 2 |
| 25. | Вычисление площадей. | 4 |
| 26. | Вычисление длин дуг. | 2 |
| 27. | Вычисление объемов тел и площадей поверхностей. | 2 |
| 28. | Вычисление несобственных интегралов от неограниченных функций. | 2 |
| 29. | Исследование на сходимость несобственных интегралов от неограниченных функций. | 3 |
| 30. | Вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования. | 2 |
| 31. | Исследование на сходимость несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования. | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| 32. | Контрольная работа. | 2 |
| 33. | Вычисление суммы числового ряда. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. | 2 |
| 34. | Числовые ряды с неотрицательными членами. | 3 |
| 35. | Знакопеременные ряды. | 3 |
| 36. | Исследование на равномерную сходимость функциональных последовательностей. | 3 |
| 37. | Исследование на равномерную сходимость функциональных рядов. | 3 |
| 38. | Нахождение интервала сходимости степенного ряда. | 2 |
| 39. | Разложение функций в степенной ряд. | 2 |
| 40. | Нахождение области определения функций нескольких переменных. | 2 |
| 41. | Частные производные и дифференциалы | 2 |
| 42. | Частные производные и дифференциалы высших порядков. | 2 |
| 43. | Частные производные и дифференциалы сложных функций. | 2 |
| 44. | Замена переменных в выражениях, содержащих обыкновенные производные. | 2 |
| 45. | Замена независимых переменных и функций в выражениях, содержащих частные производные. | 2 |
| 46. | Локальный экстремум. | 4 |
| 47. | Контрольная работа. | 2 |

ЛИТЕРАТУРА

Темы № 20-26, 28-39, 46: Л.Д. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу, Ч.II, М.: Физматлит, 2007.

Темы № 20-27, 37, 38, 40-45: Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Астрель, 2002. А.М. Сидоров. Числовые ряды, Казань: Казанский государственный университет, 2009

| | | |
|---|---|---|
| | III семестр | 54 |
| 48. | Частные производные функций, заданных неявно. | 2 |
| 49. | Частные производные и дифференциалы функций, неявно заданных системой функциональных уравнений. | 2 |
| 50. | Условный экстремум. | 3 |
| 51. | Вычисление двойных интегралов. | 3 |
| 52. | Вычисление площадей с помощью двойных интегралов. | 2 |
| 53. | Вычисление объемов с помощью двойных интегралов. | 2 |
| 54. | Вычисление площадей поверхностей. | 2 |
| 55. | Вычисление тройных интегралов. | 3 |
| 56. | Вычисление объемов с помощью тройных интегралов. | 2 |
| 57. | Контрольная работа. | 2 |
| 58. | Собственные интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, предельный переход и дифференцирование под знаком интеграла. | 2 |
| 59. | Собственные интегралы, зависящие параметра: вычисление с помощью дифференцирования и интегрирования под знаком интеграла. | 2 |
| 60. | Несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость и непрерывность. | 2 |
| 61. | Несобственные интегралы, зависящие от параметра: | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| | дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла. | |
| 62. | Интегралы Эйлера. | 3 |
| 63. | Криволинейные интегралы I рода. | 2 |
| 64. | Криволинейные интегралы II рода. | 2 |
| 65. | Формула Грина. | 2 |
| 66. | Поверхностные интегралы I и II родов. | 4 |
| 67. | Формула Стокса. Формула Гаусса-Остроградского. | 3 |
| 68. | Теория поля. | 3 |
| 69. | Ряды Фурье. | 2 |
| 70. | Контрольная работа. | 2 |

ЛИТЕРАТУРА

Темы № 48-69: Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М.: Астрель, 2002.

Темы № 50-69: Л.Д. Кудрявцев. Сборник задач по математическому анализу, ч. II, ч. III, М.: Физматлит, 2007.

ПРОГРАММА

курса лекций по математическому анализу

(I-III семестры, направление «Информационные технологии»).

| № п/п | Темы и их содержание | Количество часов |
|---|---|---|
| | I семестр | 36 |
| 1. | Элементы теории множеств. | 2 |
| 2. | Действительные числа. Точные грани числовых множеств. Свойство непрерывности действительных чисел. | 1 |
| 3. | Определение функций. Способы задания функций. | 1 |
| 4. | Топология числовой прямой. Расширенная числовая прямая. | 1 |
| 5. | Предел числовой последовательности. Элементарные свойства пределов числовой последовательности. | 1 |
| 6. | Лемма о вложенных отрезках. Теорема Вейерштрасса о предельной точке. | 1 |
| 7. | Теорема о сходимости монотонной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности. | 1 |
| 8. | Пределы в расширенной числовой прямой. Верхний и нижний пределы последовательности. | 1 |
| 9. | Предел функции (два определения). Свойства пределов функции. Первый замечательный предел. Критерий Коши существования предела функции. | 2 |
| 10. | Модификация понятия предела функции в точке. Второй замечательный предел. Порядок функции. Эквивалентность. Асимптотика. | 2 |
| 11. | Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. | 2 |
| 12. | Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. | 2 |
| 13. | Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Необходимое условие существования конечной производной. Дифференцирование функции. Дифференциал функции. | 2 |
| 14. | Техника дифференцирования: арифметические свойства производных, дифференцирование сложной функции, дифференцирование обратной функции. | 2 |
| 15. | Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных параметрически. | 2 |
| 16. | Основные теоремы: теорема Роля, теорема Коши (о среднем), формула Лагранжа. | 2 |
| 17. | Правило Лопиталя. | 2 |
| 18. | Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Коши. Локальная формула Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена. | 3 |
| 19. | Исследование функции с помощью производной: возрастание и убывание функции; локальный экстремум; выпуклость кривой; точки перегиба. | 3 |
| 20. | Первообразные, теорема об общем виде первообразных. Неопределенный интеграл: свойства, замена переменной, | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| | интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. | |

ЛИТЕРАТУРА


1. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т.1, М.: Наука, 1975.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, Ч.1, М.: Наука, 1982.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.1, М.: Высшая школа, 1981.
4. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Казань: Казанский государственный университет, 2005.


| | II семестр | 34 |
|---|---|---|
| 21. | Определенный интеграл Римана (определение). Необходимое условие интегрируемости по Риману. Верхние и нижние интегральные суммы. Критерий интегрируемости функций. | 3 |
| 22. | Классы интегрируемых функций. Интегрируемость монотонных функций. Свойства интеграла Римана. Вычисление определенных интегралов: замена переменной, интегрирование по частям. | 3 |
| 23. | Интеграл Римана как функция своего верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница. | 2 |
| 24. | Геометрические приложения интеграла Римана. | 2 |
| 25. | Несобственные интегралы: определение, критерий Коши существования несобственных интегралов, арифметические свойства, абсолютно сходящиеся несобственные интегралы. Теорема сравнения. | 2 |
| 26. | Числовые ряды: определение, критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимые и достаточные условия сходимости рядов с неотрицательными членами. Теорема сравнения числовых рядов. | 3 |
| 27. | Признаки сходимости числовых рядов: Даламбера, Коши, интегральный признак. | 2 |
| 28. | Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Ряд Лейбница. Условно сходящиеся числовые ряды. Признаки Дирихле и Абеля сходимости числовых рядов. | 2 |
| 29. | n-мерное евклидово пространство. Топология евклидова пространства. Расширенное евклидово пространство. Компактные множества. Теорема Вейерштрасса. | 2 |
| 30. | Отображение в евклидовом пространстве. Предел векторной последовательности. Предел функции в точке. Непрерывные функции и их свойства. Свойства функций непрерывных на компактных множествах. | 3 |
| 31. | Частные производные 1-го порядка. Дифференцируемые функции. Связь между дифференцируемостью и существованием частных производных. Определение полного дифференциала. Касательная плоскость. | 3 |
| 32. | Дифференцирование сложной функции. Формула конечных приращений. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность дифференциалов относительно замены переменных. | 3 |
| 33. | Формула Тейлора. Локальный экстремум функции и переменных. Необходимые условия существования | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| | экстремума. Достаточные условия существования экстремума. | |

ЛИТЕРАТУРА


1. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т.1, М.: Наука, 1975.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, Ч.1, М.: Наука, 1982.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.1, М.: Высшая школа, 1981.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.2, М.: Высшая школа, 1981.
5. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Ч.1, Казань: Казанский государственный университет, 2003.
6. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Ч.2, Казань: Казанский государственный университет, 2009.


| | III семестр | 36 |
|---|---|---|
| 34. | Понятие функциональной последовательности (ф.п.) и функционального ряда (ф.р.). Типы сходимости ф.п. и ф.р. Критерий Коши равномерной сходимости ф.п. и ф.р. Признаки равномерной сходимости ф.р. (Вейерштрасса, Дирихле, Абеля). | 3 |
| 35. | Свойства равномерно сходящихся ф.п. и ф.р. | 2 |
| 36. | Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема о круге сходимости. Формула Коши-Адамара. Свойства степенных рядов. | 3 |
| 37. | Кратные интегралы: определение множества, измеримого по Жордану; необходимое и достаточное условие измеримости множеств по Жордану. | 3 |
| 38. | Определение кратного интеграла. Верхняя и нижняя интегральные суммы. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функций n-переменных. Свойства кратного интеграла. Вычисление кратного интеграла интегрированием по отдельным переменным. | 5 |
| 39. | Собственные интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость по параметру. Интегралы, зависящие от параметра с переменными границами интегрирования: непрерывность и дифференцируемость по параметру. | 4 |
| 40. | Кривая в n-мерном пространстве. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Криволинейные интегралы I и II рода: определение, вычисление, свойства. | 4 |
| 41. | Определение поверхности в трехмерном пространстве, заданной явно и параметрически. Поверхностный интеграл I рода: определение, способы вычисления. Ориентация поверхности. Поверхностный интеграл II рода: определение, способы вычисления. | 4 |
| 42. | Теория поля: производные по направлению, градиент, экстремальные свойства градиента, основные операторы, формула Грина, формула Гаусса-Остроградского, формула Стокса. | 4 |
| 43. | Ряд Фурье для абсолютно интегрируемой функции. Определение тригонометрического ряда Фурье. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. | 4 |

ЛИТЕРАТУРА


1. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т.1, М.: Наука, 1975.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, Ч.1, М.: Наука, 1982.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.2, М.: Высшая школа, 1981.
4. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу, Ч.2, Казань: Казанский государственный университет, 2009.
5. Дубровин В.Т. Методические разработки по курсу «Математический анализ» (интегральное исчисление функций многих переменных), Казань: Казанский государственный университет, 1999.
6. Дубровин В.Т. Методические разработки по курсу «Математический анализ» (криволинейные интегралы, поверхностные интегралы, скалярные и векторные поля), Казань: Казанский государственный университет, 2001.
7. Дубровин В.Т. Методические разработки по курсу «Математический анализ» (тригонометрические ряды Фурье), Казань: Казанский государственный университет, 2002.

ПРОГРАММА
практических занятий по математическому анализу
(I-III семестры, направление «Информационные технологии»)

| № п/п | Темы | Количество часов |
|---|---|---|
| | I семестр | 54 |
| 1. | Метод математической индукции. Бином Ньютона. | 2 |
| 2. | Предел числовой последовательности. | 4 |
| 3. | Предел функции. | 7 |
| 4. | 0-символика, асимптотика. | 2 |
| 5. | Непрерывность функции. | 2 |
| 6. | Контрольная работа. | 2 |
| 7. | Техника дифференцирования. | 6 |
| 8. | Дифференциал функции. | 2 |
| 9. | Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. | 2 |
| 10. | Правило Лопиталя. | 4 |
| 11. | Формула Тейлора. | 3 |
| 12. | Экстремумы. Наибольшее и наименьшее значение функции. | 2 |
| 13. | Интервалы выпуклости. Точки перегиба. | 2 |
| 14. | Графики функций. | 6 |
| 15. | Контрольная работа. | 2 |
| 16. | Неопределенные интервалы. | 6 |

ЛИТЕРАТУРА

Темы № 1, 2, 3, 5,1 3, 14: Л.Д. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу, ч.I, М.: Физматлит, 2007.
Темы № 1, 2, 3, 4, 7-14, 16: Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М: Астрель, 2002.

| | | |
|---|---|---|
| | II семестр | 51 |
| 17. | Интегрирование рациональных функций. | 2 |
| 18. | Интегрирование иррациональных функций. | 2 |
| 19. | Интегрирование тригонометрических и трансцендентных функций. | 2 |
| 20. | Вычисление определенных интегралов. | 2 |
| 21. | Вычисление площадей и длин дуг. | 3 |
| 22. | Вычисление объемов и площадей поверхностей. | 3 |
| 23. | Вычисление и исследование на сходимость несобственных интегралов от неограниченных функций. | 4 |
| 24. | Вычисление и исследование на сходимость несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования. | 4 |
| 25. | Контрольная работа. | 2 |
| 26. | Вычисление суммы числового ряда. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. | 3 |
| 27. | Числовые ряды с неотрицательными членами. | 3 |
| 28. | Знакопеременные ряды. | 3 |
| 29. | Нахождение области определения функций нескольких переменных. | 2 |
| 30. | Частные производные и дифференциалы. | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 31. | Частные производные и дифференциалы высших порядков. | 2 |
| 32. | Частные производные и дифференциалы сложных функций. | 2 |
| 33. | Замена переменных в выражениях, содержащих обыкновенные производные. | 2 |
| 34. | Замена независимых переменных и функций в выражениях, содержащих частные производные. | 2 |
| 35. | Локальный экстремум. | 4 |
| 36. | Контрольная работа. | 2 |

ЛИТЕРАТУРА

Темы № 17-24, 26-28, 35: Л.Д. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу, ч.I, М.: Физматлит, 2007.

Темы « 17-24, 26-35: Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М: Астрель, 2002. А.М. Сидоров. Числовые ряды, Казань: Казанский государственный университет, 2009.

| | III семестр | 54 |
|---|---|---|
| 37. | Исследование на равномерную сходимость функциональных последовательностей. | 3 |
| 38. | Исследование на равномерную сходимость функциональных рядов. | 3 |
| 39. | Нахождение интервала сходимости степенного ряда. | 2 |
| 40. | Разложение функций в степенной ряд. | 2 |
| 41. | Вычисление двойных интегралов. | 4 |
| 42. | Вычисление площадей с помощью двойных интегралов. | 2 |
| 43. | Вычисление объемов с помощью двойных интегралов. | 2 |
| 44. | Вычисление площадей поверхностей. | 2 |
| 45. | Вычисление тройных интегралов. | 4 |
| 46. | Вычисление объемов с помощью тройных интегралов. | 2 |
| 47. | Контрольная работа. | 2 |
| 48. | Собственные интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, предельный переход и дифференцирование под знаком интеграла. | 2 |
| 49. | Собственные интегралы, зависящие от параметра: вычисление с помощью дифференцирования и интегрирования под знаком интеграла. | 2 |
| 50. | Криволинейные интегралы I рода. | 2 |
| 51. | Криволинейные интегралы II рода. | 2 |
| 52. | Формула Грина. | 2 |
| 53. | Поверхностные интегралы I и II родов. | 4 |
| 54. | Формула Стокса. Формула Гаусса-Остроградского. | 4 |
| 55. | Теория поля. | 3 |
| 56. | Ряды Фурье. | 3 |
| 57. | Контрольная работа. | 2 |

ЛИТЕРАТУРА

Темы № 37-56: Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М: Астрель, 2002.

Темы № 37-56: Л.Д. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу, ч.I, М.: Физматлит, 2007.

ПРОГРАММА
курса лекций по математическому анализу
(I-II семестры, направление «Бизнес-информатика»)

| № п/п | Темы и ее содержание | Кол-во часов |
|---|---|---|
| | I семестр | 50 |
| 1. | Введение: множества; операции над множествами, мощность. Основные понятия топологии. | 6 |
| 2. | Числовые последовательности. Сходящиеся последовательности: определения предела, единственность предела последовательности. | 6 |
| 3. | Арифметические свойства предела последовательности.<br><br>Переход к пределу в неравенствах. Лемма о двух милиционерах.<br><br>Теорема о сходимости монотонной последовательности.<br><br>Теорема о существовании предельной точки последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности. | 10 |
| 4. | Предел функции (два определения). Эквивалентность определений по Гейне и по Коши. Односторонние пределы.<br>Критерий Коши существования предела функции.<br>Замечательные пределы. Эквивалентности. О-символика. | 8 |
| 5. | Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывной функции в точке. Свойства непрерывной на отрезке функции. | 12 |
| 6. | Геометрический смысл производной. Дифференцируемость и существование конечной производной. Дифференцируемость и непрерывность. Дифференциал. Техника дифференцирования. Производные и дифференциалы высших порядков. | 10 |
| 7 | Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.<br>Возрастание \ убывание функции в точке. Достаточные условия возрастания \ убывания.<br>Локальный экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. | 12 |
| 8. | Первообразные, теорема о первообразных, неопределённый интеграл.<br>Замена переменной в неопределённом интеграле.<br>Интегрирование по частям в неопределённом интеграле. | 6 |
| 9 | Определённый интеграл Римана: определение, геометрический смысл, необходимое условие интегрируемости. Свойства интеграла Римана. Правила вычисления. Критерий интегрируемости Дарбу. Геометрические приложения. | 16 |
| 10 | Несобственные интегралы: определение, критерий Коши, признаки сравнения, абсолютная и условная сходимость. | 8 |
| 11 | Приближенные методы вычисления интегралов Римана | 6 |
| | II семестр | 40 |
| 1 | Числовые ряды: определение, сходящиеся ряды, необходимое | 8 |

| | | |
|---|---|---|
| | условие сходимости, критерий Коши сходимости.<br>Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости рядов с неотрицательными членами. Первый и второй признаки сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак Коши-Маклорена. | |
| 2 | Абсолютно и условно сходящиеся ряды.<br>Ряд Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля. | 4 |
| 3 | Понятие функциональной последовательности и функционального ряда и взаимнооднозначное соответствие между ними. Типы сходимости ф.п. и ф.р. Критерий Коши равномерной сходимости ф.р. и ф.п. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ф.р. | 6 |
| 4 | Степенные ряды. Теоремы Абеля. Радиус сходимости.<br>Разложение функций в степенные ряды. Пять основных разложений в ряд Тейлора. | 8 |
| 5 | Понятие m-мерного евклидова пространства; его свойства.<br>Множества в евклидовом пространстве. Векторные последовательности.<br>Функции многих переменных. Предел функции.<br>Непрерывные функции и их свойства. | 10 |
| 6 | Частные производные 1-го порядка.<br>Дифференцируемость. Связь между дифференцируемостью и существованием частных производных.<br>Геометрический смысл дифференцируемости.<br>Достаточные условия дифференцируемости.<br>Дифференциал. Дифференцирование сложной функции. | 10 |
| 7 | Производная по направлению. Градиент. Экстремальное свойство градиента.<br>Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о смешанных производных.<br>Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.<br>Достаточные условия экстремума.<br>Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. | 16 |
| 8 | Мера Жордана: основные понятия. Кратный интеграл по «прямоугольнику»: определение, теория Дарбу, критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывных и разрывных функций. Кратный интеграл по произвольной квадрируемой области: определение, свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Критерий интегрируемости, классы интегрируемых функций.<br>Замена переменных. Геометрические приложения. | 16 |
| 9 | Элементы теории приближений | 6 |

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов Математический анализ, т.1 – М.: изд-во МГУ, 1985.

2. В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов Математический анализ, т.2 – М.: изд-во МГУ, 1987.
3. А.Я. Дороговцев Элементы общей теории меры и интеграла – Киев, «Высшая школа», 1989.
4.Б.П. Демидович Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М.: Астрель, 2005. - 558 с.

5. Л.Д. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу. 3 тома - М.: Физматлит, 2005.

6. С.М. Никольский Курс математического анализа, т.1-2 – М.: Наука, 1975.
7. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк Основы математического анализа, ч.1-2 – М.: Наука,1982.
8. Л.Д. Кудрявцев Курс математического анализа, т.1-2 – М.: Высшая школа, 1981.
9. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, 1976.
10. В.Т. Дубровин Лекции по математическому анализу, ч.1 – Казань, КГУ, 2003.

ПРОГРАММА
практических занятий по математическому анализу
(I-II семестры, направление «Бизнес-информатика»)

| № п/п | Темы | Количество часов |
|---|---|---|
| | I семестр | 42 |
| 1. | Метод математической индукции. | 2 |
| 2. | Операции над множествами. | 2 |
| 3. | Предел последовательности. | 2 |
| 4. | Предел функции. | 6 |
| | Контрольная работа. | 2 |
| 5. | Техника дифференцирования. | 6 |
| 6. | Правило Лопиталя. | 2 |
| 7. | Исследование функции и построение графиков. | 8 |
| | Контрольная работа. | 2 |
| 8. | Неопределённые интегралы. | 8 |
| | Контрольная работа. | 2 |
| | II семестр | 32 |
| 1. | Определенный интеграл и его приложения. | 4 |
| 2. | Числовые ряды. | 4 |
| 3. | Степенные ряды. | 4 |
| 4. | Вычисление частных производных. | 4 |
| 5. | Экстремальные задачи. | 4 |
| | Контрольная работа. | 2 |
| 6. | Двойные интегралы и их приложения. | 8 |
| | Контрольная работа. | 2 |

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М: Астрель, 2012.
2. Л.Ф. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу, ч.I – ч. II, Физматлит, 2007.

ПРОГРАММА

курса лекций по функциональному анализу

(IV семестр, специальность «Прикладная математика и информатика»).

| № п/п | Темы и их содержание | Количество часов |
|---|---|---|
| | IV семестр | 51 |
| 1. | Полукольца множеств и их свойства. Кольца и алгебры множеств. Кольцо, порожденное семейством множеств. Борелевские алгебры. | 3 |
| 2. | Мера на полукольце и ее свойства. Продолжение меры с полукольца на порожденное им кольцо. Критерий сигма-аддитивности меры. Непрерывность сигма-аддитивной меры. | 5 |
| 3. | Внешняя мера и ее свойства. Мера Лебега, порожденная сигма-аддитивной мерой, заданной на полукольце с единицей. Свойства меры Лебега и класса множеств, измеримых по Лебегу. Мера Лебега, порожденная сигма-аддитивной мерой, заданной на полукольце без единицы. Мера Лебега-Стилтьеса на отрезке и на прямой. | 7 |
| 4. | Измеримые функции и их свойства. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду. Теорема Егорова. Сходимость по мере. Связь между различными типами сходимости. | 5 |
| 5. | Определение интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега. Предельный переход под знаком интеграла Лебега: теорема Лебега, Бело Леви и Фату. Сравнение интегралов Римана и Лебега на отрезке. Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов. | 10 |
| 6. | Определение метрического пространства. Примеры метрических пространств. Замкнутые и открытые множества. Сходимость в метрическом пространстве. Полное метрическое пространство. Принцип сжатых отображений. | 7 |
| 7. | Определение линейного нормированного пространства. Банахово пространство. Примеры. Линейные операторы и линейные функционалы в линейном нормированном пространстве. Пространство линейных ограниченных операторов. | 7 |
| 8. | Определение гильбертова пространства. Примеры. Проекция вектора на подпространство. Теорема Рисса об общем виде линейных ограниченных функционалов в гильбертовом пространстве. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. | 7 |

ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.- М.: Наука, 1989-624с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа.- М.: Высшая школа, 1982-272с.
3. Сидоров А.М. Функциональный анализ.- Казань: Казанский университет, 2010-140с.
4. Дубровин В.Т. Методические разработки по курсу «Математический анализ». Теория меры и интеграл Лебега - Казань: Казанский университет, 2000-47с.

ПРОГРАММА

курса лекций по комплексному анализу
(IV семестр, специальность «Прикладная математика и информатика»).

| № п/п | Темы и их содержание | Количество часов |
|---|---|---|
| | | 17 |
| 1. | Определение комплексных чисел и действия с ними. | 2 |
| 2. | Комплексные последовательности. Функции на множестве комплексных чисел: предел и непрерывность. Кривые и области. Два вида дифференцируемости, условия Коши-Римана. | 2 |
| 3. | Элементарные функции: степенная, корень $n$-ой степени, показательная, логарифмическая, тригонометрические. | 2 |
| 4. | . Интеграл от функции комплексного переменного: определения, свойства. Теорема Коши (для односвязной и многосвязной областей).. | 2 |
| 5. | Аналитичность функции $F(z)$. Общий вид первообразной. Интегральная формула Коши. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Производные высших порядков. | 2 |
| 6. | Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры. | 1 |
| 7. | Представление аналитической в круге функции рядом Тейлора. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема единственности аналитической функции. Нули аналитической функции и их свойства. | 2 |
| 8. | Область сходимости билотерного ряда. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана. | 1 |
| 9. | Виды особых точек и их характеризации. Теорема Сохоцкого. Вычет в изолированной особой точке: определение, связь вычета с коэффициентами ряда Лорана, вычисление вычета в полюсе. Теорема Коши о вычетах. Приложения теории вычетов. | 3 |

ЛИТЕРАТУРА


1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1977
2. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. - М.: Наука, 1978
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1973
4. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1976
5. Дубровин В.Т. Теория функций комплексного переменного. Теория и практика. – Казань: Казанский университет, 2010-102с.

ПРОГРАММА

практических занятий по комплексному анализу
(IV семестр, специальность «Прикладная математика и информатика»).

| № п/п | Темы и их содержание | Количество часов |
|---|---|---|
| 1. | Комплексные числа и действия над ними | 2 |
| 2. | Предел, непрерывность и дифференцируемость | 2 |
| 3. | Условия Коши-Римана, восстановление аналитической функции | 2 |
| 4. | Вычисление значений элементарных функций | 2 |
| 5. | Отображения, осуществляемы элементарными функциями | 2 |
| 6. | Вычисление интегралов от функции комплексного переменного | 2 |
| 7. | Первообразная. Интегральная теорема Коши | 2 |
| 8. | Интегральная формула Коши | 2 |
| 9. | Контрольная работа № 1 | 2 |
| 10. | Ряды. Разложение функции в ряд Тейлора | 2 |
| 11. | Нули аналитической функции | 2 |
| 12. | Разложение функции в ряд Лорана | 2 |
| 13. | Классификация особых точек | 2 |
| 14. | Вычисление вычетов | 2 |
| 15. | Применение теоремы о вычетах к вычислению интегралов | 2 |
| 16. | Применение теоремы о вычетах к вычислению интегралов (действительный случай) | 2 |
| 17. | Контрольная работа № 2 | 2 |

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубровин В.Т. Теория функций комплексного переменного. Теория и практика. – Казань: Казанский университет, 2010.